BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2015

УДК 517.954

ОБ ОТСУТСТВИИ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ГЛОБАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ

К.А.ГУЛУЕВА

Бакинский Государственный Университет

konul.555

В цилиндрических и экспоненциально убывающих полубесконечных областях изучаются вопросы существования глобальных положительных решений слабо-линейных эллиптических уравнений второго порядка с однородным условием Неймана на боковой поверхности.

Ключевые слова: слабо-линейное эллиптическое уравнение, глобальное положительное решение, слабое неравенство Харнака.

Обозначим

$$\Omega^1 = \left\{(\hat{x}, x_n);\ \hat{x} = (x_1, ..., x_{n-1}),\ |\hat{x}|^2 = x_1^2 + ... + x_{n-1}^2 < 1,\ x_n > 0\right\},$$
$$\Omega^2 = \left\{(\hat{x}, x_n);\ |\hat{x}| < e^{-x_n},\ x_n > 0\right\},$$
$$\Gamma^1 = \left\{(\hat{x}, x_n);\ |\hat{x}| = 1,\ x_n > 0\right\},$$
$$\Gamma^2 = \left\{(\hat{x}, x_n);\ |\hat{x}| = e^{-x_n},\ x_n > 0\right\}.$$

В областях Ω^1, Ω^2 рассмотрим уравнение

$$\Delta u + u^\sigma = 0, \quad \sigma > 1. \tag{1}$$

Будем исследовать вопросы существования неотрицательных глобальных решений уравнения (1), удовлетворяющих на боковых поверхностях условии

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0,$$

где n единичный вектор внешней нормали к боковым поверхностям Γ^1 и Γ^2.

Вопросы существования глобальных положительных решений нелинейных эллиптических уравнений в различных областях исследуется многими математиками [1]-[4]. В монографии [1] дается подробная информация о полученных результатах в этой области. Это статья больше примыкает к работам [5], [6]. В работе [6] в случае $n=2$ исследуется вопросы существования неотрицательных глобальных решений уравнения (1) в областях Ω^1, Ω^2. Используя методы работы [6], мы получаем аналогичные результаты при $n \geq 2$.

Сперва рассмотрим следующую задачу:

$$\Delta u + u^{\sigma} = 0, \quad \sigma > 1 \quad \text{в} \quad \Omega^1, \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{\Gamma^1} = 0. \tag{3}$$

Теорема 1. Задача (2), (3) не имеет неотрицательных решений в Ω^1.

Доказательство. Обозначим

$$\Omega^1_{R_1,R_2} = \Omega^1 \cap \{(\hat{x}, x_n);\ R_1 < x_n < R_2\}.$$

Пусть $u \geq 0$ решение задачи (2), (3) в Ω^1. Умножим уравнение (2) на функцию $x_n \cdot \varphi(x_n)$, где $\varphi(x_n) \in C_0^{\infty}(0,\infty),\ 0 \leq \varphi(x_n) \leq 1,\ \varphi(x_n) = 1$, при $0 \leq x_n \leq R,\ \varphi(x_n) = 0$, при $x_n \geq 2R,\ \varphi'(2R) \leq 0$. Интегрируя по частям, получим

$$\int_{\Omega^1} u^{\sigma} x_n \varphi(x_n) dx = -\int_{\Omega^1_{0,2R}} \Delta u \cdot x_n \varphi(x_n) dx_n = -\int_{\partial\Omega^1_{0,2R}} \frac{\partial u}{\partial n} \cdot x_n \varphi(x_n) ds +$$

$$+\int_{\Omega^1_{0,2R}} \nabla u \cdot \nabla(x_n \varphi(x_n)) dx_n = -\int_{\partial\Omega^1_{0,2R}} \frac{\partial u}{\partial n} \cdot x_n \varphi(x_n) ds + \int_{\partial\Omega^1_{0,2R}} u \frac{\partial}{\partial n}(x_n \varphi(x_n)) ds -$$

$$-\int_{\Omega^1_{0,2R}} u \Delta(x_n \varphi(x_n)) dx = -\int_{x_n=0} u(\hat{x},0) ds + \int_{x_n=2R} u(\hat{x},2R)(\varphi(2R) + 2R\varphi'(2R)) ds -$$

$$-\int_{\Omega^1_{R,2R}} u(\varphi'' \cdot x_n + 2\varphi') dx \leq -\int_{\Omega^1_{R,2R}} u(\varphi'' \cdot x_n + 2\varphi') dx,$$

где $\varphi'' = \dfrac{d^2\varphi}{dx_n^2}$, $\varphi' = \dfrac{d\varphi}{dx_n}$.

Здесь мы воспользовались тем, что $\varphi(2R) = 0, \varphi'(2R) \leq 0$, $\left.\dfrac{\partial(x_n \varphi(x_n))}{\partial n}\right|_{\Gamma^1_{0,2R}} = 0$ и $u(\hat{x},0) \geq 0$.

В итоге мы имеем

$$\int\limits_{\Omega^1_{0,2R}} u^{\sigma} x_n \varphi(x_n) dx \le - \int\limits_{\Omega^1_{R,2R}} u(\varphi'' \cdot x_n + 2\varphi') dx \le$$

$$C_1 \left(\int\limits_{\Omega^1_{0,2R}} u^{\sigma} x_n \varphi(x_n) dx \right)^{\frac{1}{\sigma}} \cdot \left(\int\limits_R^{2R} \frac{\left|\varphi'' \cdot x_n + 2\varphi'\right|^{\sigma^1}}{x_n^{\sigma^1 - 1} \varphi^{\sigma^1 - 1}} dx_n \right)^{\frac{1}{\sigma^1}},$$

где $\dfrac{1}{\sigma} + \dfrac{1}{\sigma^1} = 1$.

Отсюда

$$\int\limits_{\Omega^1_{0,2R}} u^{\sigma} x_n \varphi(x_n) dx \le C_1 \int\limits_R^{2R} \frac{\left|\varphi'' \cdot x_n + 2\varphi'\right|^{\sigma^1}}{x_n^{\sigma^1 - 1} \varphi^{\sigma^1 - 1}} dx_n . \tag{4}$$

Оценим интеграл в правой части неравенство (4). Для этого сделаем замену $t = \dfrac{x_n}{R}$, $\psi(t) = \varphi(t \cdot R)$, где $\psi(t) \in C_0^{\infty}(1,2)$ и такая, что

$$A(\psi) = \int\limits_{1 \le t \le 2} \frac{\left|\psi'' \cdot t + 2\psi'\right|^{\sigma^1}}{t^{\sigma^1 - 1} \varphi^{\sigma^1 - 1}} dt < \infty .$$

Тогда

$$\int\limits_R^{2R} \frac{\left|\varphi'' \cdot x_n + 2\varphi'\right|^{\sigma^1}}{x_n^{\sigma^1 - 1} \varphi^{\sigma^1 - 1}} dx_n = R^{2(1-\sigma^1)} \cdot \int\limits_{1 \le t \le 2} \frac{\left|\psi'' \cdot t + 2\psi'\right|^{\sigma^1}}{t^{\sigma^1 - 1} \varphi^{\sigma^1 - 1}} dt = R^{2(1-\sigma^1)} \cdot A(\psi) . \tag{5}$$

Учитывая (5) в (4), получим, что

$$\int\limits_{\Omega^1_{0,2R}} u^{\sigma} x_n \varphi(x_n) dx \le C_1 \cdot A(\psi) \cdot R^{2(1-\sigma^1)} . \tag{6}$$

Поскольку $\sigma^1 > 1$ и $A(\psi)$ от R не зависит, то после перехода к пределу при $R \to \infty$ в (6) получаем, что

$$\int\limits_{\Omega^1} u^{\sigma} x_n dx \le 0 .$$

Отсюда $u \equiv 0$.

Этим теорема 1 доказана.

Теперь рассмотрим задачу:

$$\Delta u + u^{\sigma} = 0, \quad \sigma > 1 \quad \text{в} \quad \Omega^2, \tag{7}$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\Gamma^2} = 0 . \tag{8}$$

Теорема 2. Задача (7), (8) не имеет неотрицательных решений в Ω^2.

Доказательство. Введем переменную

$$\xi = x_n - \frac{x_1^2 + \ldots + x_{n-1}^2}{2},$$

и сделаем замену

$$v(x) = u(x)e^{(n-1)\xi}.$$

Тогда $u = e^{-(n-1)\xi} \cdot v$ и уравнение (1) принимает вид

$$\Delta(e^{-(n-1)\xi} \cdot v) + e^{-\sigma(n-1)\xi} \cdot v^{\sigma} = 0. \qquad (9)$$

Пусть $\varphi(\xi)$ кусочно-C^2-гладкая функция такая, что

$$\varphi(\xi) = \begin{cases} \varphi_1(\xi) \ge 0 & при\ \ 0 \le \xi \le R, \\ 1 & при\ \ R \le \xi \le 2R, \\ \varphi_2(\xi) \ge 0 & при\ \ 2R \le \xi \le 2R + L, \\ 0 & при\ \ \xi \ge 2R + L \end{cases}$$

с $\varphi(0) = 0, \varphi'(0) \ge 0$.

Умножим уравнение (9) на функцию $e^{(n-1)\xi}\varphi$ и проинтегрируем по частям. Тогда получим

$$\int_{\Omega^2_{0,2R+L}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^{\sigma} \varphi dx = -\int_{\Omega^2_{0,2R+L}} \Delta(e^{-(n-1)\xi} v) \cdot e^{(n-1)\xi} \varphi dx = -\int_{\Omega^2_{0,2R+L}} e^{-(n-1)\xi} \varphi \cdot \Delta(e^{(n-1)\xi}\varphi) dx +$$

$$+ \int_{\Omega^2_{0,2R+L}} \left[-\frac{\partial}{\partial n}(e^{-(n-1)\xi} v) \cdot e^{(n-1)\xi} \varphi + e^{-(n-1)\xi} v \cdot \frac{\partial}{\partial n}(e^{(n-1)\xi}\varphi) \right] ds, \qquad (10)$$

где $\Omega^2_{0,2R+L} = \Omega^2 \cap \{0 < \xi < 2R + L\}$.

Легко показать, что для любой гладкой функции $\psi(\xi)$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \text{ при } |\hat{x}| = e^{-x_n}. \qquad (11)$$

Учитывая (8) и (11), оценим последний интеграл в (10)

$$\int_{\Omega^2_{0,2R+L}} \left[-\frac{\partial}{\partial n}(e^{-(n-1)\xi} v) \cdot e^{(n-1)\xi} \varphi + e^{-(n-1)\xi} v \cdot \frac{\partial}{\partial n}(e^{(n-1)\xi}\varphi) \right] ds =$$

$$= \int_{\xi=0} \left[\frac{\partial}{\partial \xi}(e^{-(n-1)\xi} v) \cdot e^{(n-1)\xi} \varphi - e^{-(n-1)\xi} v \cdot \frac{\partial}{\partial \xi}(e^{(n-1)\xi}\varphi) \right] ds = -\int_{\xi=0} v\varphi'(0) ds \le 0.$$

Здесь воспользовались тем, что

$\varphi(0) = 0, \varphi'(0) \ge 0, \varphi(2R + L) = 0$, $\varphi'(2R + L) = 0$, $\frac{\partial}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial \xi}$ при $\xi = 0$ и $\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial \xi}$ при $\xi = 2R + L$.

В итоге из (10) получаем, что

$$\int\limits_{\Omega^2_{0,2R+L}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^\sigma \varphi dx \le -\int\limits_{\Omega^2_{0,2R+L}} e^{-(n-1)\xi} v \Delta(e^{(n-1)\xi}\varphi) dx, \qquad (12)$$

$$e^{-(n-1)\xi}\Delta(e^{(n-1)\xi}\varphi) = e^{-(n-1)\xi}\cdot\left[(1+|\hat{x}|^2)\frac{d^2}{d\xi^2}(e^{(n-1)\xi}\varphi) - (n-1)\frac{d}{d\xi}(e^{(n-1)\xi}\varphi)\right] =$$

$$= (1+|\hat{x}|^2)\varphi'' + (n-1)(1+2|\hat{x}|^2)\varphi' + (n-1)^2|\hat{x}|^2\varphi,$$

где $\varphi'' = \dfrac{d^2\varphi}{d\xi^2}$, $\varphi' = \dfrac{d\varphi}{d\xi}$.

Тогда неравенство (12) можем написать так

$$\int\limits_{\Omega^2_{0,2R+L}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^\sigma \varphi dx \le$$

$$-\int\limits_{\Omega^2_{0,2R+L}} v[(1+|\hat{x}|^2)\varphi'' + (n-1)(1+2|\hat{x}|^2)\varphi' + (n-1)^2|\hat{x}|^2\varphi] dx \le$$

$$-\int\limits_{\Omega^2_{0,2R+L}} v[(1+|\hat{x}|^2)\varphi'' + (n-1)(1+2|\hat{x}|^2)\varphi'] dx = J_1 + J_2,$$

где

$$J_1 = -\int\limits_{\Omega^2_{0,R}} v[(1+|\hat{x}|^2)\varphi'' + (n-1)(1+2|\hat{x}|^2)\varphi'] dx,$$

$$J_2 = -\int\limits_{\Omega^2_{2R,2R+L}} v[(1+|\hat{x}|^2)\varphi'' + (n-1)(1+2|\hat{x}|^2)\varphi'] dx.$$

Оценим J_1 и J_2.

Возьмем $\varphi_1 = \sin\dfrac{\pi}{2R}\xi$. Поскольку $1+|\hat{x}|^2 \le 2$, то

$$J_1 \le -\int\limits_{\Omega^2_{0,R}} v(1+|\hat{x}|^2)\varphi_1'' dx \le 2\left(\int\limits_{\Omega^2_{0,R}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^\sigma \cdot \varphi_1 dx\right)^{\frac{1}{\sigma}} \left(\int\limits_{\Omega^2_{0,R}} \frac{|\varphi_1''|^{\sigma^1}}{\varphi_1^{\sigma^1-1}} e^{(n-1)\xi} dx\right)^{\frac{1}{\sigma^1}} \le$$

$$\le \int\limits_{\Omega^2_{0,R}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^\sigma \cdot \varphi_1 dx + \frac{2^{\sigma^1}}{\sigma^1}\cdot \int\limits_{\Omega^2_{0,R}} \frac{|\varphi_1''|^{\sigma^1}}{\varphi_1^{\sigma^1-1}} e^{(n-1)\xi} dx. \qquad (13)$$

Оценим последний интеграл в (13). Для этого сделаем замену переменных

$$
\begin{cases}
\xi = x_n - \dfrac{x_1^2 + \ldots + x_{n-1}^2}{2}, \\
\eta_1 = x_1, \\
\eta_{n-1} = x_{n-1}
\end{cases}
\quad , \quad
\begin{cases}
x_1 = \eta_1, \\
x_{n-1} = \eta_{n-1}, \\
x_n = \xi + \dfrac{\eta_1^2 + \ldots + \eta_{n-1}^2}{2}.
\end{cases}
\tag{14}
$$

Поскольку

$$
\begin{vmatrix}
\dfrac{\partial x_1}{\partial \eta_1} & \ldots & \dfrac{\partial x_1}{\partial \eta_{n-1}} & \dfrac{\partial x_1}{\partial \xi} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\dfrac{\partial x_{n-1}}{\partial \eta_1} & \ldots & \dfrac{\partial x_{n-1}}{\partial \eta_{n-1}} & \dfrac{\partial x_{n-1}}{\partial \eta_\xi} \\
\dfrac{\partial x_1}{\partial \eta_1} & \ldots & \dfrac{\partial x_1}{\partial \eta_{n-1}} & \dfrac{\partial x_n}{\partial \xi}
\end{vmatrix}
=
\begin{vmatrix}
1 & \ldots & 0 & 0 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
0 & \ldots & 1 & 0 \\
\eta_1 & \ldots & \eta_{n-1} & 1
\end{vmatrix}
= 1,
$$

то

$$
\int_{\Omega_{0,R}^2} \frac{|\varphi_1''|^{\sigma^1}}{\varphi_1^{\sigma^1-1}} e^{(n-1)\xi} dx \le \int_0^R \int_{|\hat{\eta}| \le e^{-\xi}} \frac{|\varphi_1''|^{\sigma^1}}{\varphi_1^{\sigma^1-1}} e^{(n-1)\xi} d\eta_1 \ldots d\eta_{n-1} d\xi \le C_2 \cdot \int_0^R \frac{|\varphi_1''|^{\sigma^1}}{\varphi_1^{\sigma^1-1}} d\xi = C_3 \left(\frac{\pi}{2R} \right)^{2\sigma^1-1},
$$

где $|\hat{\eta}| = \sqrt{\eta_1^2 + \ldots + \eta_{n-1}^2}$.

Здесь мы учли то, что при замене переменных $x_1^2 + \ldots + x_{n-1}^2 \le e^{-2x_n}$ переходит

$$
\eta_1^2 + \ldots + \eta_{n-1}^2 \le e^{-2\left(\xi + \frac{\eta_1^2 + \ldots + \eta_{n-1}^2}{2} \right)} \le e^{-2\xi} .
$$

Учитывая это в (13), получим

$$
J_1 \le \frac{1}{\sigma} \int_{\Omega_{0,R}^2} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^\sigma \cdot \varphi \, dx + C_4 \cdot R^{1-2\sigma^1} . \tag{15}
$$

Теперь оценим интеграл J_2.

$$
|J_2| = \left| \int_{\Omega_{2R,2R+L}^2} v[(1+|\hat{x}|^2)\varphi_2'' + (n-1)(1+2|\hat{x}|^2)\varphi_2'] dx \right| \le \left| \int_{\Omega_{2R,2R+L}^2} v(2|\varphi_2''| + 3(n-1)|\varphi_2'|) dx \right| \le
$$

$$
\le \left(\int_{\Omega_{2R,2R+L}^2} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^\sigma \cdot \varphi_2 dx \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left(\int_{\Omega_{2R,2R+L}^2} \frac{\left(2|\varphi_2''| + 3(n-1)|\varphi'|\right)^{\sigma^1}}{\varphi_2^{\sigma^1-1}} e^{(n-1)\xi} dx \right)^{\frac{1}{\sigma^1}} \le
$$

$$\le \frac{1}{\sigma}\int\limits_{\Omega^2_{2R,2R+L}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^{\sigma}\cdot\varphi_2 dx + \frac{1}{\sigma^1}\int\limits_{\Omega^2_{2R,2R+L}} \frac{\left(2|\varphi_2''| + 3(n-1)|\varphi_2'|\right)^{\sigma^1}}{\varphi_2^{\sigma^1-1}} e^{(n-1)\xi} dx\,. \qquad (16)$$

Снова сделав замену переменных (14), оценим последний интеграл. Тогда

$$\int\limits_{\Omega^2_{2R,2R+L}} \frac{\left(2|\varphi_2''| + 3(n-1)|\varphi_2'|\right)^{\sigma^1}}{\varphi_2^{\sigma^1-1}} e^{(n-1)\xi} dx \le \int\limits_{\xi=2R}^{\xi=2R+L}\int\limits_{|\hat\eta|\le e^{-\xi}} \frac{\left(2|\varphi_2''| + 3(n-1)|\varphi_2'|\right)^{\sigma^1}}{\varphi_2^{\sigma^1-1}} e^{(n-1)\xi} d\xi d\eta \le$$

$$\le \int\limits_{\xi=2R}^{\xi=2R+L} \frac{\left(2|\varphi_2''| + 3(n-1)|\varphi_2'|\right)^{\sigma^1}}{\varphi_2^{\sigma^1-1}} d\xi\,. \qquad (17)$$

$\varphi_2(\xi)$ возьмём следующим образом:

$$\varphi_2(\xi) = \psi_2(t)\,,$$

где $t = \dfrac{(\xi - 2R)}{L}$, $\psi_2(t) \in C_1^2(0,1)$, $\psi_2(t) \ge 0$, $\psi_2(0) = 1$, $\psi_2'(0) = 0$, $\psi_2'(1) = 0$ и $A(\psi_2) = \displaystyle\int_0^1 \frac{\left(2|\psi_2''| + 3(n-1)|\psi_2'|\right)^{\sigma^1}}{\psi_2^{\sigma^1-1}} dt < \infty$.

Из правой части (17) следует, что

$$\int\limits_{\xi=2R}^{\xi=2R+L} \frac{\left(2|\varphi_2''| + 3(n-1)|\varphi_2'|\right)^{\sigma^1}}{\varphi_2^{\sigma^1-1}} d\xi \le C_6 \int_0^1 \frac{\left(\frac{2}{L^2}|\psi_2''| + \frac{3(n-1)}{L}|\psi_2'|\right)^{\sigma^1}}{\psi_2^{\sigma^1-1}} dt \le$$

$$\le C_6 \int_0^1 \frac{\left(2|\psi_2''| + 3(n-1)|\psi_2'|\right)^{\sigma^1}}{\psi_2^{\sigma^1-1}} dt \cdot L^{2(1-\sigma^1)} \le C_7 \cdot L^{2(1-\sigma^1)}\,.$$

Тогда из (17) получим, что

$$J_3 \le \frac{1}{\sigma}\int\limits_{\Omega^2_{2R,2R+L}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^{\sigma}\cdot\varphi\, dx + \frac{C_7}{\sigma^1}\cdot L^{2(1-\sigma^1)}\,. \qquad (18)$$

Используя оценки (15), (18) имеем

$$\int\limits_{\Omega^2_{0,2R+L}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^{\sigma}\cdot\varphi\, dx \le \frac{1}{\sigma}\int\limits_{\Omega^2_{0,2R+L}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^{\sigma}\cdot\varphi\, dx + C_4\cdot R^{1-2\sigma^1} + \frac{C_7}{\sigma^1}\cdot L^{2(1-\sigma^1)}\,.$$

Возьмем $L = R^{\theta}$, с $\theta = \dfrac{2\sigma^1 - 1}{2(\sigma^1 - 1)}$.

Тогда получим, что

$$\int\limits_{\Omega^2_{0,2R+L}} e^{-(n-1)(\sigma-1)\xi} v^{\sigma}\cdot\varphi\, dx \le C_5\cdot R^{1-2\sigma^1}\,.$$

Переходя к пределу при $R \to \infty$ получаем, что

$$u \equiv 0 \text{ в } \Omega_+^2 = \left\{ (\hat{x}, x_n),\ x_n > \frac{x_1^2 + \ldots + x_{n-1}^2}{2}, x_1^2 + \ldots + x_{n-1}^2 < e^{-2x_n} \right\}.$$

Осталось доказать, что

$$u \equiv 0 \text{ в } \Omega_-^2 = \left\{ (\hat{x}, x_n),\ x_n < \frac{x_1^2 + \ldots + x_{n-1}^2}{2}, x_1^2 + \ldots + x_{n-1}^2 < e^{-2x_n} \right\}.$$

Обозначим

$$Z_l(x_1, \ldots, x_{n-1}) = \int_0^l u(x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n)\psi_l(x_n)dx_n,$$

где $\psi_l(x_n) = \sin\left(\frac{\pi}{l}x_n\right)$, $0 < l < l_* = \frac{1}{2} \cdot e^{-2l_*}$.

Умножим уравнение (7) на $\psi_l(x_n)$ и проинтегрируем по $x \in (0, l)$. Тогда получим

$$\Delta_{\hat{x}} Z_l(\hat{x}_n) - \lambda_l Z_l(\hat{x}) \le -\int_0^l u^\sigma \psi_l(x_n)dx_n \le -\mu_l \cdot Z_l^\sigma(\hat{x}) \tag{19}$$

с $\lambda_l = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2$, $\mu_\lambda = \left(\frac{2l}{\pi}\right)^{\sigma-1}$.

В силу ранее доказанного, имеем, что

$$Z_l(0) = 0.$$

Тогда по слабому неравенству Харнака (см.[7]) из (19) следует, что $Z_l(\hat{x}) \equiv 0$ в Ω_-^2.

В итоге получим, что $u \equiv 0$ в Ω_-^2.

Теорема 2 полностью доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Похожаев С.И., Митидиери Э. Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств в частных производных. // Труды МИАН, 234, М.: Наука, 2001, с.1-383.
2. Serrin J. Positive Solutions of Prescribed Mean Curvature Problem.// N. Y. etc: Springer, Lect. Notes Math; v.1340, 1998.
3. Ni W.-M., Serrin J. Existence and Nonexistence Theorems for Ground States of Quasilinear Partial Differential Equations. The Anomalous Case // Atti Convegni Lincei, 1986, v.77. p.231-257.
4. Gidas B., Spruck J. A Priori Bounds for Positive Solutions of Nonlinear Elliptic Equations. // Commun. Pure and Appl. Math. 1982, v.34, p.525- 598
5. Kondrat`ev V.A. On the Existence of Positive Solutions of Second-Order Semilinear Elliptic Equations in Cylindrical Domains. //Russ. J. Math. Phys., 10: (2003), p.99-108.
6. Похожаев С.И. Об отсуствии положителъных решений эллиптических уравнений в плоских неограниченных областях. // Математические заметки, 2009, т. 85, в. 2, с.261- 272.

7. Гилбарг Д., Трудингер Н. Эллиптические дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. М.: Наука, 1989, 510 с.

QEYRİ-MƏHDUD OBLASTLARDA YARIMXƏTTİ ELLİPTİK TƏNLİYİN QLOBAL MÜSBƏT HƏLLƏRİNİN YOXLUĞU

K.Ə.QULUYEVA

XÜLASƏ

Silindrik və eksponensial azalan yarım-sonsuz oblastlarda zəifxətti ikinci tərtib elliptik tənliyin yan səthdə bircins Neyman şərtini ödəyən müsbət qlobal həllinin varlığı məsələsi öyrənilir.

Açar sözlər: zəifxətti elliptik tənlik, müsbət qlobal həll, zəif Harnak bərabərsizliyi.

THE ABSENCE OF POSITIVE GLOBAL SOLUTIONS OF SEMILINEAR ELLIPTIC EQUATIONS IN UNBOUNDED DOMAINS

K.A.GULUYEVA

SUMMARY

In cylindric and exponential decreasing semi-infinite domains, the issues of existence of global positive solutions of weak linear elliptic type equations of the second order with Neiman’s homogenious conditions on the side surface have been studied.

Key words: weak linear elliptic equation, global positive solutions, weak inequality of Charniak.

Поступила в редакцию: 25.06.2015 г.
Подписано к печати: 17.11. 2015 г.